

# ESTIMADOR DE ACTITUD BASADO EN SENSORES INERCIALES MEMS

Augusto Zumarraga

Departamento de Aeronáutica – Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de La Plata

Calle 116 e/ 47 y 48 - La Plata (1900) - Buenos Aires - Argentina

email: uku@ing.unlp.edu.ar

## RESUMEN

*En este trabajo se presenta el desarrollo de una unidad de referencia inercial de actitud para un vehículo aéreo no tripulado, utilizando sensores MEMS de bajo costo y con recursos mínimos para la calibración de los sensores.*

*Se realizan distintas consideraciones sobre la estabilización del estimador prescindiendo de fuentes adicionales de datos, evaluando el impacto de algunos aspectos del modelo cinemático adoptado y de la implementación del estimador.*

*Se evalúan los resultados mediante simulaciones y algunos resultados experimentales.*

**Palabras clave:** IMU, INS, Kalman, MEMS

## INTRODUCCIÓN

Nuestro grupo ha comenzado a incursionar recientemente en el campo de los vehículos aéreos autónomos. Como primer paso se encuentra en desarrollo un cuadricóptero prototipo. El trabajo aquí presentado apunta en primera instancia a contar con un sistema de sensado para implementar el control de actitud de este prototipo, pero con la intención de continuar su desarrollo para contar con un sistema de navegación integrada.

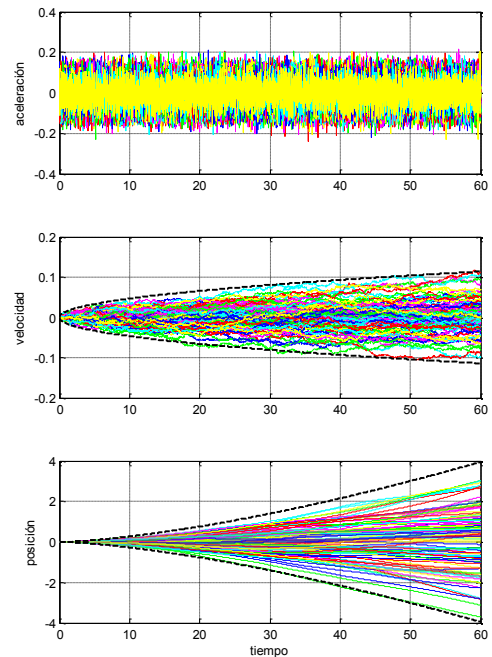
Para operar en ciertos ambientes urbanos o en ambientes cerrados debemos prescindir de un sistema GNSS como sensor de posición<sup>1</sup>; restringiéndonos al uso de acelerómetros y sensores de velocidad angular. El uso de sensores de tecnología MEMS provee una solución de bajo costo pero con bajo desempeño en cuanto a estabilidad y ruido de medición.

Los sensores se integran en una unidad de mediciones inerciales (IMU) que se monta de forma solidaria al vehículo, según el esquema denominado *strapdown*. En nuestro caso utilizamos acelerómetros y sensores de velocidad angular tri-axiales.

Para comenzar evaluamos las restricciones intrínsecas impuestas por los sensores utilizados. Sin un esquema de fusión con otras fuentes de referencia, la estimación de posición con acelerómetros implica realizar la integral doble de una señal que, en el caso de los acelerómetros MEMS se encuentra contaminada con ruido blanco gaussiano. Esto agrega a la estimación un error caracterizado como un proceso de *caminata aleatoria*, cuya varianza para un sistema de tiempo discreto evoluciona en el tiempo según la siguiente expresión:

$$\sigma_y^2 = T_s^4 \sigma_\omega^2 \left[ \frac{1}{6} k(k+1)(2k+1) \right]$$

, en donde  $T_s$  es el tiempo de muestreo,  $k = t/T_s$  es el instante de muestreo



<sup>1</sup> Debe aclararse que ya existen a nivel comercial receptores GNSS que utilizan múltiples constelaciones permitiendo mejorar la disponibilidad sustancialmente.

y  $\sigma_\omega$  es la desviación estándar del proceso integrado, en este caso el ruido de medición del sensor. En la figura 1 se pueden corroborar las expresiones anteriores. Se ha tomado un tiempo de muestreo de 0.01s (100Hz) con la desviación estándar correspondiente a un acelerómetro MEMS típico (0.5 mg/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ) filtrado a 10Hz; y se realizan reiteradas simulaciones siguiendo el método de Monte Carlo. Vemos que en apenas un minuto la incertidumbre será de 4m.

La situación resulta más desfavorable aun por el hecho de que las mediciones inerciales se realizan respecto de una terna móvil, con lo que se necesita conocer la actitud de dicha terna respecto de la terna de navegación para proyectar las mediciones en esta referencia.

Para determinar el ángulo de rotación respecto de un eje con sensores de velocidad angular solo necesitamos integrar una vez, pero eso no cambia la naturaleza divergente de la estimación aunque la incertidumbre en este caso crece según la expresión:

$$\sigma_{\dot{y}}^2 = T_s^2 \sigma_\omega^2 k$$

El problema estructural es que una variable no es observable a través de la medición de alguna de sus derivadas. Por ejemplo, para el caso de la posición, la cinemática y la relación entre medición de aceleración y el estado está dada por:

$$\begin{Bmatrix} x \\ v \\ a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ v \\ a \end{Bmatrix}, \quad \{y\} = [0 \quad 0 \quad 1] \begin{Bmatrix} x \\ v \\ a \end{Bmatrix} \rightarrow \mathcal{O} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

, en donde el rango de la matriz de observabilidad  $\mathcal{O}$  es 1.

Descartamos por lo tanto contar con una referencia de navegación basada únicamente en la IMU, pero si trataremos de obtener de esta una referencia de actitud estable. Con esto sería posible a posteriori fusionar sensores de ultrasonido para contar con un control de posición relativa respecto de obstáculos adyacentes, o un receptor GNSS para usos a cielo abierto; utilizando un esquema de acoplamiento débil entre la IMU y el sensado de posición. También puede optarse por incluir todo en un esquema de acoplamiento fuerte, si la capacidad de procesamiento disponible en tiempo real lo permite.

## METODOLOGÍA

Por tratarse de vehículos de corto alcance y baja autonomía, aquí consideramos como referencia de navegación lo que se denomina terna NED (*North East Down*): una terna ortogonal derecha fija a la superficie terrestre en una ubicación arbitraria con eje  $z$  alineado con la vertical. Las mediciones de la IMU pueden ser referidas a cualquier sistema de ejes ortogonales solidario al vehículo. Aquí tomamos los ejes definidos por el arreglo de sensores (*sensor frame*)

Aunque no podemos contar con una referencia estable de actitud por integración del vector de velocidad angular, podemos estabilizar la estimación fusionándola con las mediciones de los acelerómetros.

Un acelerómetro no mide aceleración sino fuerza específica; esto es, la suma de la aceleración del vehículo más la aceleración gravitatoria. Así cuando este se encuentra no acelerado respecto de la terna fija y alineado con la vertical del lugar, la medición es de 1g. Por lo tanto, la presencia de un campo gravitatorio permitiría usar los acelerómetros como inclinómetro para determinar la dirección de la vertical del lugar, y así al menos tener una referencia absoluta de horizonte.

Como normalmente el vehículo se encontrará en movimiento, para usar esta idea deberíamos restar de las mediciones de fuerza específica la proyección de la aceleración en la terna de la IMU, y para eso requerimos no solo de una buena estimación de aceleración sino también de la información de actitud que es lo que estamos buscando para realizar la proyección.

Por esto lo que hacemos es plantear las relaciones geométricas y cinemáticas involucradas en un único modelo de estados para resolver de forma unificada la estimación de actitud y aceleración en terna de navegación.

Como es habitual en estas aplicaciones, para la estimación en base a diferentes fuentes de información con diferentes incertidumbres utilizamos un filtro de Kalman. En este se combina una estimación basada en la integración de un modelo dinámico con una corrección basada en las mediciones. La combinación se realiza de forma óptima en el sentido de minimizar la varianza de la estimación resultante, considerando que tanto los ruidos de medición como lo que se denomina *ruido de proceso* (incertidumbre que se agrega en cada paso de estimación) pueden describirse como ruidos blancos gaussianos (para mayores detalles ver ref.[1]). Esto es óptimo solo para modelos matemáticos lineales de la dinámica del proceso estimado, y de la relación entre mediciones y estado (ecuación de salida). Para modelos en tiempo discreto esto se expresa como:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}\mathbf{x}_k + \mathbf{G}\mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k, \quad \mathbf{z}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$$

, en donde  $\mathbf{x}_k$  es el estado a estimar,  $\mathbf{z}_k$  es el vector de mediciones y  $\mathbf{w}_k$  y  $\mathbf{v}_k$  representan ruidos blancos gaussianos que afectan al estado (ruido de proceso) y a las mediciones (ruido de medición) respectivamente; mientras que  $\mathbf{F}$  y  $\mathbf{H}$  son matrices constantes. El término  $\mathbf{G}\mathbf{u}_k$  representa el efecto de perturbaciones conocidas.

Para modelos no lineales puede utilizarse una linealización local en cada instante de tiempo, obteniéndose con esto una solución sub-óptima pero de probada validez práctica (Filtro de Kalman Extendido - EKF):

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k), \quad \mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k) \rightarrow \mathbf{F} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k}, \quad \mathbf{H} = \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_k}$$

Las propiedades estadísticas del EKF puede mejorarse significativamente utilizando una variante conocida como Filtro de Kalman de puntos sigma (*Sigma-Point Kalman Filter* – SPKF, o más generalmente UKF por Unscented Kalman Filter, ver ref.[2]).

A la hora de formular el modelo dinámico tenemos tres opciones para representar la actitud: ángulos de Euler, cuaterniones unitarios y matrices de rotación.

Los ángulos de Euler permiten formular un modelo lineal para la dinámica, lo cual permite calcular a priori la integral exacta para la estimación y evita la necesidad de calcular una matriz Jacobiana para la dinámica en cada instante de cálculo reduciendo la carga de trabajo en el micro-procesador y los errores de propagación de las propiedades estadísticas de los ruidos de proceso.

Sin embargo la relación entre velocidades angulares y cambios en la actitud (ecuación de salida) resulta no-lineal, por lo cual el planteo termina en una forma de filtro de Kalman Extendido.

$$\mathbf{e} = \begin{Bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \\ \mathbf{a} \end{Bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0^{3 \times 3} & 0^{3 \times 6} \\ 0^{6 \times 3} & \mathbf{I}^6 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0^{6 \times 6} \\ \mathbf{I}^6 \end{bmatrix} \mathbf{w}, \quad \text{var}(\mathbf{w}) = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_e & 0^{3 \times 3} \\ 0^{3 \times 3} & \mathbf{v}_a \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z} = \begin{Bmatrix} \mathbf{h}_f \\ \mathbf{h}_\omega \end{Bmatrix} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_n^b(\mathbf{e}) \cdot \mathbf{f} \\ \mathbf{C}_e^b(\mathbf{e}) \cdot \dot{\mathbf{e}} \end{Bmatrix}$$

En estas ecuaciones  $\mathbf{e}$  es el vector de ángulos de Euler,  $\mathbf{a}$  es la aceleración en terna de navegación,  $\mathbf{f}$  es el vector fuerza específica,  $\mathbf{h}_f$  son las mediciones de fuerza específica y  $\mathbf{h}_\omega$  las mediciones de velocidad angular. Las matrices diagonales  $\mathbf{v}_e$  y  $\mathbf{v}_a$  son las varianzas de los ruidos de proceso;  $\mathbf{C}_n^b$  es la matriz de rotación entre la terna de navegación y la terna móvil, y  $\mathbf{C}_e^b$  es la relación entre las velocidades de Euler y las velocidades en terna móvil:

$$\mathbf{C}_e^b(\mathbf{e}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s(\theta) \\ 0 & c(\phi) & s(\phi)c(\theta) \\ 0 & -s(\phi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix}$$

$$C_n^b(e) = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & c(\theta)s(\psi) & -s(\theta) \\ s(\phi)s(\theta)c(\psi) - c(\phi)s(\psi) & s(\phi)s(\theta)s(\psi) + c(\phi)c(\psi) & s(\phi)c(\theta) \\ c(\phi)s(\theta)c(\psi) + s(\phi)s(\psi) & c(\phi)s(\theta)s(\psi) - s(\phi)c(\psi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix}$$

Estas dos últimas relaciones introducen la no-linealidad de este modelo ( $s(\cdot)$  y  $c(\cdot)$  denotan las funciones *seno* y *coseno*).

El problema de los ángulos de Euler es la indeterminación matemática conocida como *gimbal lock*, que podría ser resuelta con la heurística adecuada en su implementación. Esta particularidad no se presenta usando como representación de actitud cuaterniones unitarios o matrices de rotación. Adoptamos los cuaterniones por resultar esto más compacto e intuitivo. La relación cinemática entre el cuaternión de actitud y la velocidad angular en terna móvil resulta no-lineal:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q \cdot p, \quad p = \begin{Bmatrix} 0 \\ \omega \end{Bmatrix}$$

Esto implica que para la estimación debe recurrirse a una aproximación numérica. Como variables de estados adoptamos las cuatro componentes del cuaternión de actitud, las velocidades y aceleraciones angulares en terna móvil y la aceleración en la terna de navegación:

$$h(x) = \begin{Bmatrix} h_x(x) \\ h_y(x) \\ h_z(x) \\ h_p(x) \\ h_q(x) \\ h_r(x) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_n^b(q) \cdot f \\ I^3 \cdot \omega \end{Bmatrix}$$

Inicialmente utilizamos un esquema de primer orden (método de Euler) para la integración numérica de la propagación de la velocidad angular sobre el cuaternión de actitud. Esto introduce errores significativos, que son eliminados gracias al modelo de aceleración pero de forma muy lenta. Se nota una mejora significativa cuando se cambia a un método de Runge-Kuta de tercer o cuarto orden.

Ambos esquemas de representación de actitud (ángulos de Euler y cuaterniones) mostraron resultados similares y aceptables en simulación con modelos de tres grados de libertad, pero presentan serias inestabilidades cuando pasamos a 6DOF. La estimación de actitud deriva junto con la estimación de aceleración, a pesar de mantener coherencia con las mediciones.

Esto era esperable dado que la aceleración respecto de la terna de navegación tampoco es directamente observable en tanto no contamos con medición absoluta de la actitud. Puede notarse que hay infinitas combinaciones de actitud y aceleración que pueden generar un determinado vector de mediciones de fuerza específica, por lo cual la idea del inclinómetro pareciera a priori no servir para estabilizar la estimación de actitud.

Hasta este punto, en nuestro modelo la aceleración responde a un proceso de caminata aleatoria alimentado por las perturbaciones que asumimos como ruido blanco gaussiano. Sin embargo es claro que no es eso lo que ocurre con una aeronave. Si asumimos que la aceleración del vehículo tendrá valores acotados con valor medio nulo, podemos adoptar para la estimación de aceleración un modelo de primer orden con un ancho de banda similar al del control de posición del vehículo. El modelo dinámico para aceleración queda:

$$\begin{Bmatrix} \dot{a}_x \\ \dot{a}_y \\ \dot{a}_z \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \omega_x & 0 & 0 \\ 0 & \omega_y & 0 \\ 0 & 0 & \omega_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{a_x} & 0 & 0 \\ 0 & w_{a_y} & 0 \\ 0 & 0 & w_{a_z} \end{bmatrix} \cdot w_k$$

Observamos en simulación que esto es suficiente para estabilizar el algoritmo respecto del horizonte (no del rumbo), y por lo tanto permitiría al menos contar con una referencia estable para cabeceo y rolido.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para las pruebas experimentales se usaron dos ensambles de sensores MEMS de la firma ATMEL; ambos con un acelerómetro, un sensor de velocidad angular y un magnetómetro, todos estos tri-axiales y con interfaz digital I<sup>2</sup>C tanto para lectura como para configuración (selección de escalas y anchos de banda de los filtros anti-alias). Los filtros se configuraron en valores próximos a los 20Hz. En la última columna de la tabla 1 se muestran los niveles de ruido medidos bajo estas configuraciones.

**Tabla 1.** Especificaciones básicas de los sensores del ensamble ATAVRSBIN1.

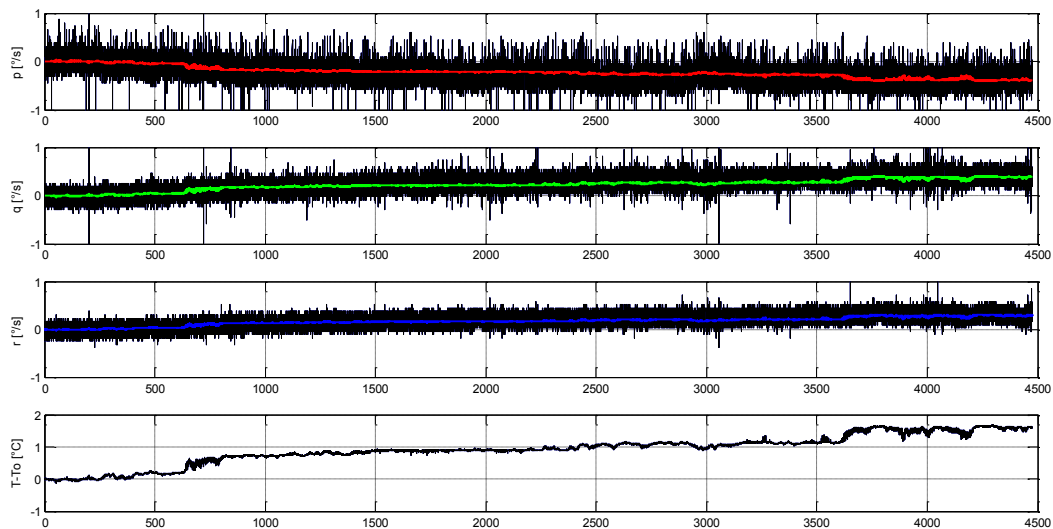
				rango	resol.	ruido <sup>1</sup>	rms
Fuerza específica	[mg]	Bosch Sensortec	BMA-150	±8000	16	0.5	2.79
Velocidad angular	[°/s]	InvenSense	ITG-3200	±2000	0,07	0.03	0.115
Campo magnético	[μT]	AKM	AK8975	±1229	0.3	-	0.916

**Tabla 2.** Especificaciones básicas de los sensores del ensamble ATAVRSBIN2.

				rango	resol.	ruido <sup>1</sup>	rms
Fuerza específica	[mg]	Kionix	KXTF9-1026	±8000	4	0.5	2.4
Velocidad angular	[°/s]	InvenSense	IMU-3000	±250	0,0076	0.01	0.037
Campo magnético	[μT]	Honeywell	HMC5883L	± 1300	0.092	-	-

<sup>1</sup> [ $\sqrt{\text{Hz}}$ ]

Comenzamos aplicando los algoritmos a mediciones realizadas con la ATAVRSBIN1. Los primeros problemas aparecen por las significativas derivas en el valor de offset de los sensores de velocidad angular, haciendo el sistema completamente inservible por los errores que eso introduce en la estimación de velocidad angular. Sin embargo no se observaron problemas significativos de este tipo con los acelerómetros. En la siguiente gráfica se observan las mediciones de velocidad angular con IMU estacionaria, y la medición de temperatura en la gráfica inferior (unidades en [°/s y °C]).

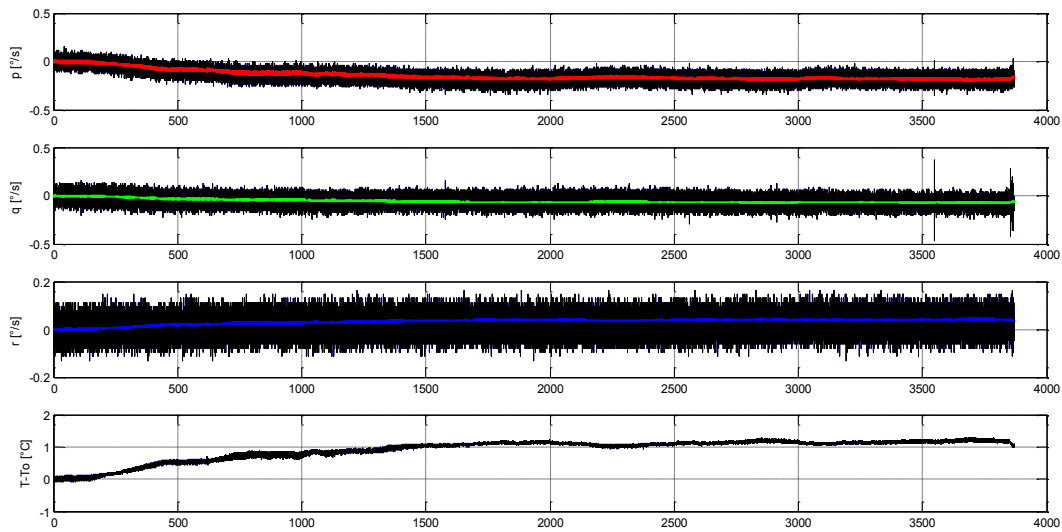


Una de las fuentes principales de errores de offset en los sensores de velocidad angular MEMS es la temperatura, por lo cual estos cuentan con medición de la misma. En función de esto podemos pre-compensar buena parte del problema, como se muestra en la gráfica anterior en donde se superponen las correcciones por temperatura superpuestas a las mediciones de velocidad angular.

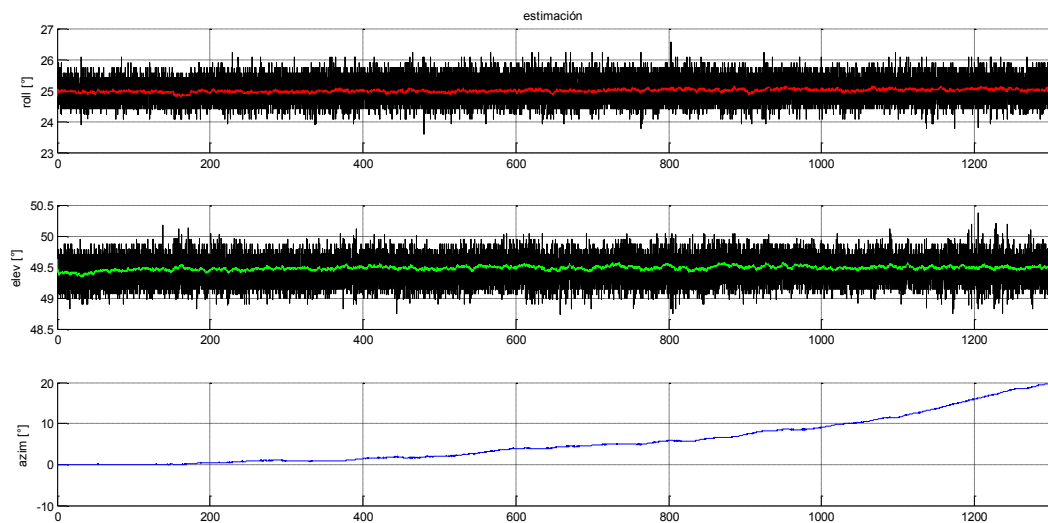
Sin embargo esta corrección puede no ser suficiente, dado que el coeficiente de ajuste muestra cierta variación entre diferentes corridas. Es posible que esto se deba a defectos en el sensado de temperatura; pero en un esquema de navegación integrada con GNSS u otros sensores, los errores de calibración de los sensores inerciales se pueden incluir como estados para la estimación. Aunque inicialmente nos limitamos solo a los sensores inerciales decidimos incluir como estados las derivas de los sensores de velocidad angular.

Teniendo en cuenta que estas variables evolucionan lentamente y de forma acotada, es necesario incluir un modelo de primer orden para estabilizar esta estimación. Tomamos un ancho de banda 0.015Hz, y para su varianza la centésima parte de la correspondiente a los ruidos de medición de los sensores de velocidad angular, obteniendo buenos resultados.

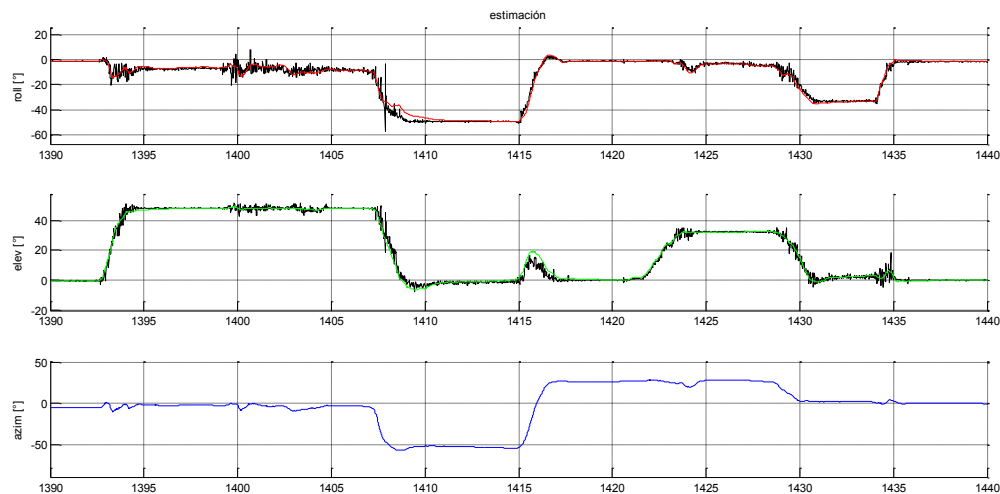
Con las ATAVRSBIN2 las observaciones sobre estabilidad del cero son similares:



La ventaja de este ensamble en relación al primero es la de poder utilizar una escala de velocidades angulares más estrecha, con lo cual las estimaciones de velocidad angular y de actitud resultan significativamente mejores. En la siguiente gráfica vemos la estimación de actitud, junto con su cálculo a través de las mediciones de aceleración (fondo de la gráfica, en negro) con la IMU estacionaria, comprobando la estabilidad de la estimación; con ruidos del orden de los  $\pm 0.2^{\circ}$ .

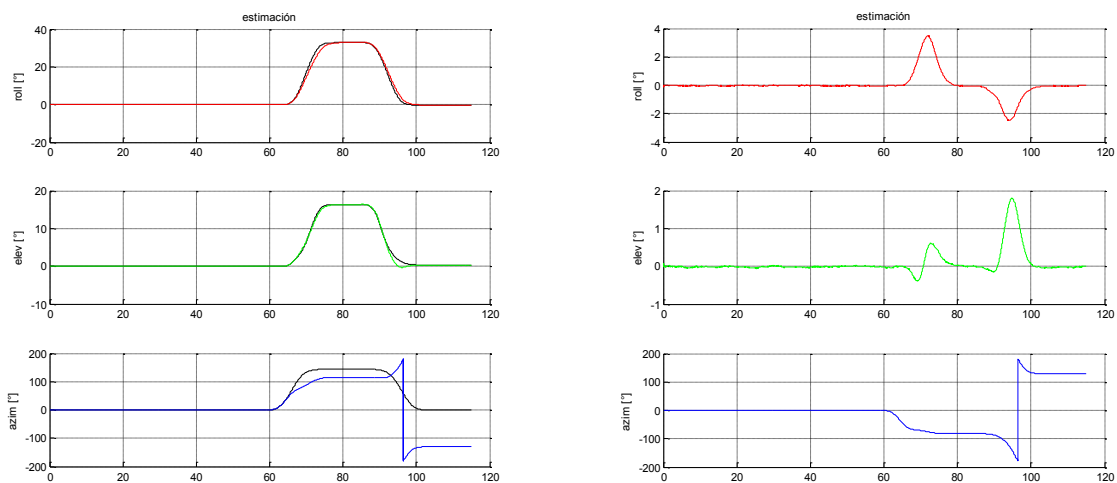


Sin embargo, al realizar movimientos de rotación pueden observarse errores del orden de hasta  $3^\circ$  durante los transitorios.



No podemos determinar la magnitud de estos errores precisión, dado que al mover la IMU el uso de los acelerómetros como inclinómetro no es confiable. Para avanzar en este análisis generamos datos sintéticos de movimiento (cabeceo, rolido y rumbo simultáneos de  $50^\circ$ ,  $15^\circ$  y  $110^\circ$  respectivamente); junto con los datos de sensado correspondientes, a los cuales agregamos las mediciones reales en estado estacionario para incluir ruidos de medición y variaciones de offset realistas.

En las gráficas siguientes se muestra la estimación de actitud a la izquierda y los errores de las mismas a la derecha:

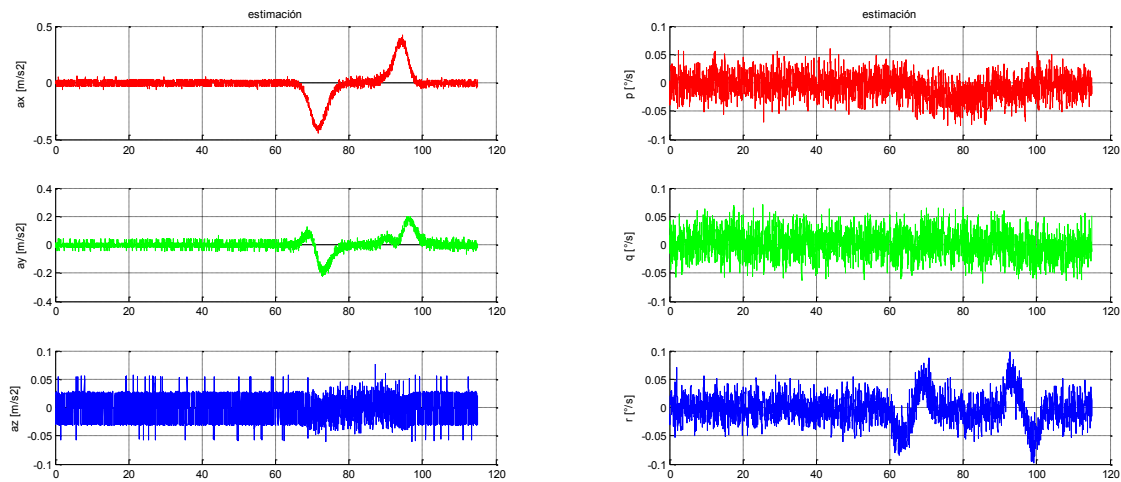


Podemos observar que la estimación de rolido y elevación son estables, mientras que la de rumbo es muy mala.

Como se muestra en las próximas figuras, la estimación de velocidad angular (gráficas del lado derecho) es bastante buena, mostrando errores del orden de los  $0.02^\circ/\text{s}$ ; pero se observan errores significativos en la estimación de aceleración (lado izquierdo), lo cual asumimos se propaga a la estimación de actitud en la fase de corrección y es la responsable de la mayor parte de los errores en la estimación de rolido y elevación.

La estrategia es entonces resolver los problemas de estimación de la aceleración. Hemos podido comprobar por simulación que esto puede ser resuelto integrando el sensado de posición en los tres ejes. En el esquema actual estos errores son sensibles a los parámetros elegidos para los ruidos de

proceso, en particular para la aceleración. Disminuyéndolos mejora la precisión en movimientos de rotación pura, pero empeora en presencia de movimientos de traslación y viceversa.



## CONCLUSIONES

Podemos lograr un sensado de horizonte estable y con resoluciones del orden de los  $0.2^\circ$  en estado estacionario utilizando sensores inerciales MEMS de bajo costo con un esquema strapdown, realizando compensaciones adecuadas de derivas del cero para los sensores de velocidad angular. Sin embargo durante los transitorios los errores aumentan un orden de magnitud, y el sensado de rumbo (azimut) resulta muy deficiente.

Los errores en la estimación de horizonte en los transitorios serían consecuencia de la fase de corrección, al integrar las mediciones de aceleración con las estimaciones de actitud. El error puede eliminarse mejorando la estimación de aceleración en un esquema de navegación integrada con sensado de posición.

Los errores de rumbo requieren de un sensor adicional, dado que en estado estacionario el sensado de posición no resuelve el problema. Lo natural es el uso del magnetómetro, lo cual introduce problemas nuevos. Específicamente el uso del magnetómetro requiere de un proceso de calibración del mismo (ver ref. [6] y [7]), y contemplar los errores inducidos por las distorsiones del campo magnético debidas al entorno, particularmente en vehículos de propulsión eléctrica o cuando se transitan zonas pobladas con grandes masas metálicas.

## REFERENCIAS

1. G.Welch, G.Bishop : “An Introduction to the Kalman Filter”, TR 95-041; Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill, 2004
2. R. Van Der Merwe, E. A. Wan: “Sigma-Point Kalman Filters for Integrated Navigation”; Adaptive Systems Lab, OGI School of Science & Engineering, Oregon Health & Science University
3. X. Rong Li and Vesselin P. Jilkov: “A Survey of Maneuvering Target Tracking: Dynamic Models”; Proceedings of SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, 2000
4. D.H. Titterton , J.L. Weston: “Strapdown Inertial Navigation Technology - 2nd Edition”, 2004, MPG Books Limited, Bodmin, Cornwall
5. Roberto Alonso y Malcolm D.Shuster: “TWOSTEP - A Fast Robust Algorithm for Attitude-Independent Magnetometer-Bias Determination”.
6. J.F. Vasconcelos, G. Elkaim, C. Silvestre, P. Oliveira, y B. Cardeira: A Geometric Approach to Strapdown Magnetometer Calibration in Sensor Frame